Corrigé de l'examen de physique générale II (2015)

Solution de l'exercice 1

1. $P = P_0 + \rho g z + \rho g h$
2. $(P_0 + \rho g z + \rho g h) S h = nRT$
3. $Sh\rho - M > 0$
   Le ludion remonte.
4. $P_t = \dfrac{\rho n R T}{M} - \dfrac{gM}{S} - \rho g z$
5. $P_{\text{appl}} = \dfrac{\rho n R T}{M} - \dfrac{gM}{S} - P_{\text{atm}}$
   $P_{\text{appl}} = 0{,}19 \times 10^5 Pa = 0{,}19 P_{\text{atm}}$
   $F_{\text{appl}} = P_{\text{appl}} S_{\text{doigt}} = 1{,}9N$
6. $z_c = \dfrac{nRT}{Mg} - \dfrac{M}{\rho S} - \dfrac{P_{atm}}{\rho g} = 1{,}9\,\text{m}.$

Solution de l'exercice 2

1. U ne dépend que de T pour un gaz parfait. $\Delta U = 0$; $U_{\text{f}} = U_1 + U_2$; $(n_1 + n_2) C_{vm} T_{\text{f}} = n_1 C_{vm} T + n_2 C_{vm} T$ et $T_{\text{f}} = T$.
2. Mêmes raisonnements avec l'énergie interne :
   Dans le cas général $T_{\text{f}} = T - \frac{a}{(n_1+n_2)C_{vm}} \left(\frac{n_1^2}{V_1} + \frac{n_2^2}{V_2} - \frac{(n_1+n_2)^2}{V_1+V_2} \right)$;
   Dans le cas particulier de l'énoncé : $T_{\text{f}} = T - \frac{an}{6C_{vm}V}$.
3. $$P_{\text{f}} = \frac{P_1 + P_2}{2} = \frac{3}{2} P$$
4. Non, même gaz, particules indiscernables.
5. Chemin réversible : on bouge la paroi pour égaliser les pressions à P_{f}, à T constante et quand on est à l'équilibre on retire la paroi. Les volumes des deux compartiment sont alors $V_1 = \frac{4}{3} V$ et $V_2 = \frac{2}{3} V$.
   $$\Delta S_{\text{ext}} = 0$$

$$\Delta S_{\text{int}} = 2nR\ln\frac{4/3V}{V} + 2nR\ln\frac{2/3V}{V} = nR\ln\frac{32}{27} > 0$$

Irréversible.

6. Enthalpie H car l'expérience est à P constant et s'effectue ici à H constant (isenthalpique).
7. $\Delta H = 0$; $H_{\text{f}} = H_1 + H_2$; $(n_1 + n_2)C_{pm}T_{\text{f}} = n_1 C_{pm} T_1 + n_2 C_{pm} T_2$.

$$T_{\text{f}} = \frac{n_1 T_1 + n_2 T_2}{n_1 + n_2}$$

$$V_{\text{f}} = V_1 + V_2$$

Le volume total ne change pas.

Solution de l'exercice 3

1. $\sum \vec{F} = \text{Poids} + \text{Poussée d'Archimède} = m\text{g} - m_{\text{eau}}\vec{g} = \dfrac{4}{3}\pi a^3(\rho - \rho_0)\vec{g}$.
2. $E_{\text{pot}} = (4/3)\pi a^3(\rho - \rho_0)gz$ avec l'axe O_z dirigé vers le haut.
3. $\langle E_{\text{mec}}\rangle = (4/3)\pi a^3\big((\rho - \rho_0)g\langle z\rangle + \rho\langle v^2\rangle\big)$. Le terme en $\langle v^2\rangle$ ne dépend pas de la hateur car la couche est à une température homogène.
4. Le rapport des densités de particules dans des couches horizontales aux altitudes z_1 et z_2 est, selon la loi de Boltzmann (le terme cinétique est constant et disparaît) :

$$\alpha = \frac{n(z_1)}{n(z_2)} = \exp\left(-\frac{E_{\text{pot}}(z_1) - E_{\text{pot}}(z_2)}{k_{\text{B}}T}\right),$$

soit

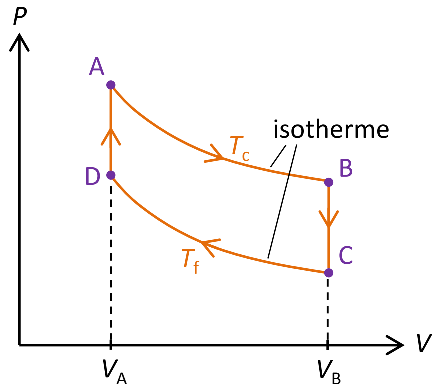
$$\ln(\alpha) = \frac{E_{\text{pot}}(z_2) - E_{\text{pot}}(z_1)}{k_{\text{B}}T}.$$

En substituant l'expression de $E_{\text{pot}}(z)$ et $k_{\text{B}} = \mathcal{N}_{\text{A}}/R$ dans celle de α on trouve :

$$\mathcal{N}_{\text{A}} = \frac{3RT\ln(\alpha)}{4\pi a^3(\rho - \rho_0)gh}.$$

AN : $\mathcal{N}_{\text{A}} = 7{,}05 \cdot 10^2 3\,\text{mol}^{-1}$ assez proche de la valeur actuellement admise.

Solution de l'exercice 4

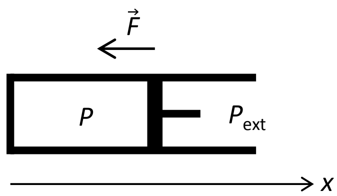
1. 

2. La transformation est irréversible car des forces dissipatives sont en jeu.
3. Le piston subit un frottement sec le long des isothermes. Il faut en tenir compte dans le calcul du travail. Puisque l'on a une transformation irréversible, le travail se calcule comme :

$$\delta W = -p_{\text{ext}} \mathrm{d}V \quad \Rightarrow \quad W_{\text{AB}} = \int_{\text{A}}^{\text{B}} -p_{\text{ext}}\, \mathrm{d}V.$$

   Transformations quasi-statiques : $\sum \vec{F} = \vec{0}$.

   Transformation A→B : détente



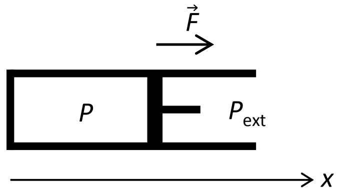
$$\begin{aligned} & \sum \vec{F} = -F\vec{e}_x + SP\vec{e}_x - SP_{\text{ext}}\vec{e}_x = \vec{0} \\ \Rightarrow \quad & -F + SP - SP_{\text{ext}} = 0 \\ \Rightarrow \quad & P_{\text{ext}} = P - \frac{F}{S}, \end{aligned}$$

avec S la surface du piston. On en déduit :

$$\begin{aligned} W_{\text{AB}} &= \int_{\text{A}}^{\text{B}} -P\,\mathrm{d}V + \int_{\text{A}}^{\text{B}} \frac{F}{S} S\mathrm{d}x \\ &= -\int_{\text{A}}^{\text{B}} \frac{nRT_{\text{c}}}{V}\,\mathrm{d}V + Fl \\ &= -nRT_{\text{c}} \ln\left(\frac{V_{\text{B}}}{V_{\text{A}}}\right) + Fl. \end{aligned}$$

Remarque : $Fl > 0$, le travail est moins grand en norme.

Transformation C→D : compression, les frottements s'opposent au mouvement



$$\begin{aligned} &\sum \vec{F} = F\vec{e}_x + SP\vec{e}_x - SP_{\text{ext}}\vec{e}_x = \vec{0} \\ \Rightarrow \quad & P_{\text{ext}} = P + \frac{F}{S}, \end{aligned}$$

On en déduit :

$$\begin{aligned} W_{\text{CD}} &= \int_{\text{C}}^{\text{D}} -P\,\mathrm{d}V - \int_{\text{C}}^{\text{D}} \frac{F}{S}\,S\mathrm{d}x \\ &= -\int_{\text{C}}^{\text{D}} \frac{nRT_{\text{f}}}{V}\,\mathrm{d}V - F(-l) \\ &= -nRT_{\text{f}} \ln\left(\frac{V_{\text{A}}}{V_{\text{B}}}\right) + Fl. \end{aligned}$$

4. Sur une isotherme d'un gaz parfait, on a : $\Delta U = 0$ et donc $Q = -W$. On en déduit que $\Delta U_{\text{AB}} = \Delta U_{\text{CD}} = 0$, $Q_{\text{AB}} = -W_{\text{AB}}$ et $Q_{\text{CD}} = -W_{\text{CD}}$.
5. Pour calculer ΔS_{AB}, on considère un chemin réversible entre les points A et B. Soit une isotherme réversible entre ces deux points. Le travail reçu par le gaz vaut :

$$W_{\text{AB}}^{\text{rév}} = -nRT_{\text{c}} \ln\left(\frac{V_{\text{B}}}{V_{\text{A}}}\right),$$

d'où :

$$Q_{\text{AB}}^{\text{rév}} = nRT_{\text{c}} \ln\left(\frac{V_{\text{B}}}{V_{\text{A}}}\right).$$

Sachant que la transformation est isotherme et que l'entropie est une variable d'état, on en déduit :

$$\Delta S_{\text{AB}} = \Delta S_{\text{AB}}^{\text{rév}} = \int_{\text{A}}^{\text{B}} \frac{\delta Q^{\text{rév}}}{T} = \frac{Q_{\text{AB}}^{\text{rév}}}{T_{\text{c}}} = nR\ln\left(\frac{V_{\text{B}}}{V_{\text{A}}}\right).$$

De même, le long de l'isotherme CD, on trouve :

$$\Delta S_{\text{CD}} = \Delta S_{\text{CD}}^{\text{rév}} = \frac{Q_{\text{CD}}^{\text{rév}}}{T_{\text{f}}} = -nR\ln\left(\frac{V_{\text{B}}}{V_{\text{A}}}\right).$$

Remarque : $S_{\text{AB}}^{\text{éch}} = \dfrac{Q_{\text{AB}}}{T_{\text{c}}} = \underbrace{nR\ln\left(\frac{V_{\text{B}}}{V_{\text{A}}}\right)}_{\Delta S} - \underbrace{\frac{Fl}{T_{\text{c}}}}_{S_{\text{AB}}^{\text{créée}}}.$

On a bien $S_{\text{AB}}^{\text{créée}} > 0$.

6. Le long d'une isochore d'un gaz parfait, on a $W = 0$, et donc $\Delta U = nc_v\Delta T = Q$. Ainsi : $W_{\mathrm{BC}} = 0$, $W_{\mathrm{DA}} = 0$, $\Delta U_{\mathrm{BC}} = nc_v(T_{\mathrm{f}} - T_{\mathrm{c}}) = Q_{\mathrm{BC}}$ et $\Delta U_{\mathrm{DA}} = nc_v(T_{\mathrm{c}} - T_{\mathrm{f}}) = Q_{\mathrm{DA}}$. De plus, les transformations isochores étant réversibles, on a :
$$\Delta S = \int \frac{\delta Q}{T} = \int \frac{\mathrm{d}U}{T} = \int \frac{nc_v \mathrm{d}T}{T}.$$
On en déduit :
$$\Delta S_{\mathrm{BC}} = nc_v \ln\left(\frac{T_{\mathrm{f}}}{T_{\mathrm{c}}}\right), \quad \Delta S_{\mathrm{DA}} = nc_v \ln\left(\frac{T_{\mathrm{c}}}{T_{\mathrm{f}}}\right).$$

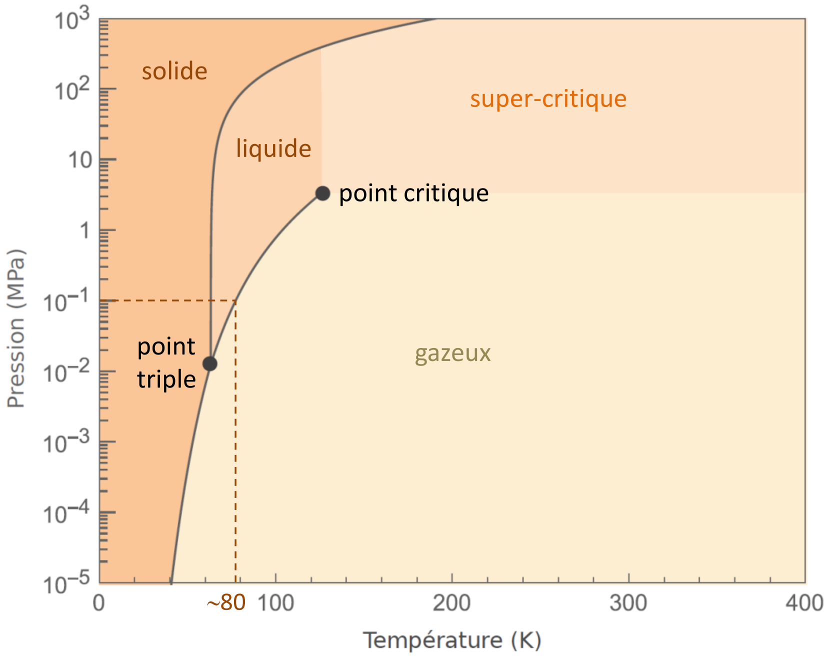
	$A \to B$	$B \to C$	$C \to D$	$D \to A$
W	$-nRT\ln\left(\frac{V_{\mathrm{B}}}{V_{\mathrm{A}}}\right) + Fl$	0	$nRT\ln\left(\frac{V_{\mathrm{B}}}{V_{\mathrm{A}}}\right) + Fl$	0
Q	$nRT\ln\left(\frac{V_{\mathrm{B}}}{V_{\mathrm{A}}}\right) - Fl$	$nc_v(T_{\mathrm{f}} - T_{\mathrm{c}})$	$-nRT\ln\left(\frac{V_{\mathrm{B}}}{V_{\mathrm{A}}}\right) - Fl$	$nc_v(T_{\mathrm{c}} - T_{\mathrm{f}})$
ΔU	0	$nc_v(T_{\mathrm{f}} - T_{\mathrm{c}})$	0	$nc_v(T_{\mathrm{c}} - T_{\mathrm{f}})$
ΔS	$nR\ln\left(\frac{V_{\mathrm{B}}}{V_{\mathrm{A}}}\right)$	$nc_v\ln\left(\frac{T_{\mathrm{f}}}{T_{\mathrm{c}}}\right)$	$-nR\ln\left(\frac{V_{\mathrm{B}}}{V_{\mathrm{A}}}\right)$	$nc_v\ln\left(\frac{T_{\mathrm{c}}}{T_{\mathrm{f}}}\right)$

7. Le travail reçu par le gaz au cours d'un cycle vaut :
$$W_{\mathrm{tot}} = W_{\mathrm{AB}} + W_{\mathrm{BC}} + W_{\mathrm{CD}} + W_{\mathrm{DA}} = -(T_{\mathrm{c}} - T_{\mathrm{f}})nR\ln\left(\frac{V_{\mathrm{B}}}{V_{\mathrm{A}}}\right) + 2Fl.$$
Pour que le moteur fonctionne, il faut que $W_{\mathrm{tot}} < 0$, c'est-à-dire :
$$F < \frac{T_{\mathrm{c}} - T_{\mathrm{f}}}{2l} nR\ln\left(\frac{V_{\mathrm{B}}}{V_{\mathrm{A}}}\right).$$

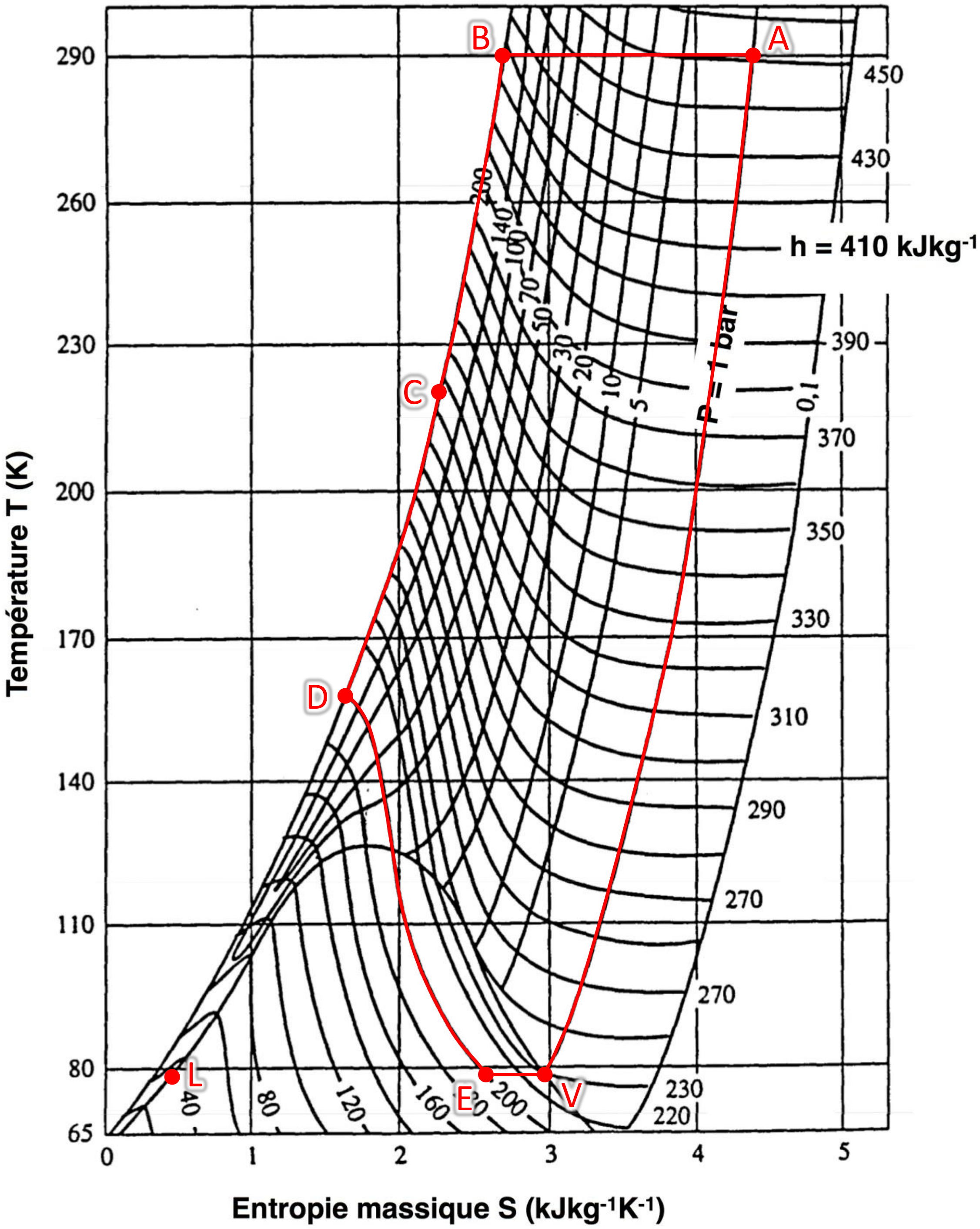
8. $\eta = \dfrac{|W_{\mathrm{tot}}|}{Q_{\mathrm{AB}}} = \dfrac{(T_{\mathrm{c}} - T_{\mathrm{f}})nR\ln\left(\frac{V_{\mathrm{B}}}{V_{\mathrm{A}}}\right) - 2Fl}{nRT\ln\left(\frac{V_{\mathrm{B}}}{V_{\mathrm{A}}}\right) - Fl}$

Solution de l'exercice 5

1. La température de l'azote liquide dans un récipient à pression atmosphérique ($1\,\mathrm{atm} \approx 10^5\,\mathrm{Pa} = 0{,}1\,\mathrm{MPa}$) vaut environ $80\,\mathrm{K}$.



2. Voir figure ci-dessous.



3. $T_{\mathrm{E}} = 77\,K$.

4. a) Pour un gaz parfait, l'enthalpie ne dépend que de la température, c'est-à-dire que les droites $H = \text{cste}$ sont parallèles aux droites $T = \text{cste}$. On observe ce comportement dans la partie en haut à droite du diagramme (T,S).

b) $\mathrm{d}S = \dfrac{\delta Q}{T} \quad \Rightarrow \quad S_\mathrm{B} - S_\mathrm{A} = \dfrac{Q_\mathrm{AB}}{T_\mathrm{A}} \quad \Rightarrow \quad Q_\mathrm{AB} = T_\mathrm{A}(S_\mathrm{B} - S_\mathrm{A})$.

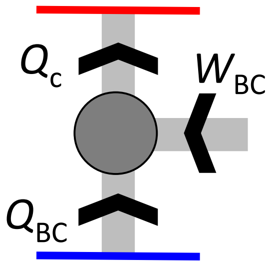
c) $Q_\mathrm{AB} \approx -500\,\mathrm{kJ}$.

d) $W_\mathrm{AB} = \displaystyle\int_\mathrm{A}^\mathrm{B} -p\,\mathrm{d}V = \int_\mathrm{A}^\mathrm{B} -\frac{nRT}{V}\,\mathrm{d}V = -nRT_\mathrm{A} \ln\left(\frac{V_\mathrm{B}}{V_\mathrm{A}}\right)$. Mais puisque $T = \text{cste}$ le long du chemin AB, on a $PV = \text{cste}$, et donc :

$$W_\mathrm{AB} = -nRT_\mathrm{A} \ln\left(\frac{P_\mathrm{A}}{P_\mathrm{B}}\right) = \frac{mRT_\mathrm{A}}{M_{\mathrm{N}_2}} \ln\left(\frac{P_\mathrm{B}}{P_\mathrm{A}}\right).$$

e) $W_\mathrm{AB} = 440\,\mathrm{kJ}$.

5. a)



b) La transformation BC étant une isobare, on a : $\Delta H_{BC} = Q_\mathrm{BC}$, d'où $Q_\mathrm{BC} = H_\mathrm{C} - H_\mathrm{B}$.

c) $Q_\mathrm{BC} = -106\,\mathrm{kJ}$.

d) On sait que $\eta = 3 = |Q_\mathrm{BC}/W_\mathrm{BC}|$, d'où $W_\mathrm{BC} = |Q_\mathrm{BC}|/3 = 35\,\mathrm{kJ}$.

6. a) $x = \dfrac{S_\mathrm{E} - S_\mathrm{L}}{S_\mathrm{V} - S_\mathrm{L}}$.

b) $x \approx 0{,}88$

7. On sait qu'il faut une énergie égale à $W_\mathrm{AB} + W_\mathrm{BC}$ pour liquiéfier $(1-x)m = 0{,}12\,\mathrm{kg}$ d'azote. La liquéfaction de $1\,\mathrm{kg}$ d'azote requiert donc :

$$E = \frac{W_\mathrm{AB} + W_\mathrm{BC}}{(1-x)m} \approx 4\,\mathrm{kJ}.$$